

# RADIOGRAPHIE

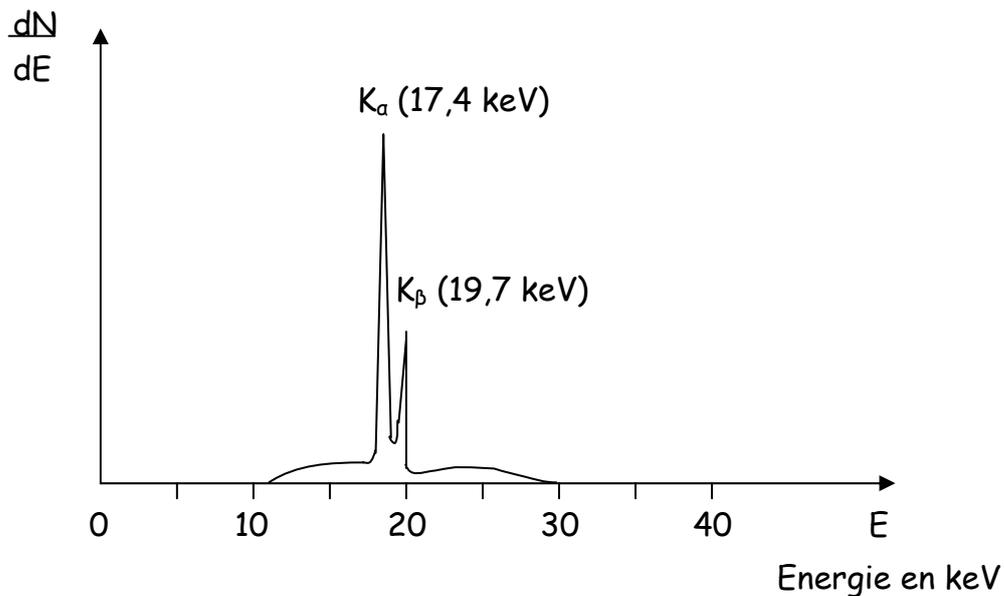
## Problème

Données :

constante de Planck :	$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$
masse de l'électron :	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ u}$
charge élémentaire :	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
célérité de la lumière dans le vide :	$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
	$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
	$1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2}$

Q1 : La seinographie ou mammographie

Pour cet examen, on utilise des rayons X peu énergétiques et avec un spectre à bande étroite. On utilise souvent un appareil à anode de molybdène dont le spectre est le suivant :



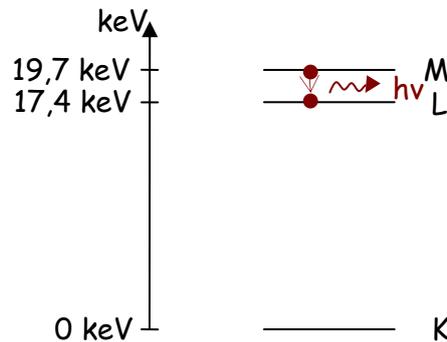
1. A quels phénomènes correspondent les pics  $K_\alpha$  et  $K_\beta$  ?

Ces pics correspondent aux transitions électroniques (dus au phénomène de fluorescence).

$K_\alpha$  correspond à la transition d'un électron de la couche L vers la couche K.

$K_\beta$  correspond à la transition d'un électron de la couche M vers la couche K.

2. Si on attribue conventionnellement le niveau d'énergie 0 au niveau K de l'atome de molybdène, donner les énergies des niveaux L et M et les placer sur un diagramme où 5 keV sont représentés par 1 cm.



3. Lorsqu'un atome de molybdène excité voit un électron de sa couche M revenir sur la couche L, il émet un photon. Indiquer cette transition sur le diagramme de la question précédente. Donner l'énergie du photon, calculer sa longueur d'onde dans le vide. Quelle est la nature de ce photon ?

L'énergie du photon est de  $E = E_M - E_L$

$$E = 19,7 - 17,4 = 2,3 \text{ keV}$$

La longueur d'onde du photon dans le vide est de :

$$\lambda = 1240/E = 1240/2,3 \cdot 10^3 = 5,39 \cdot 10^{-1} \text{ nm}$$

C'est un photon UV - X

## Q2 : Radiographie classique

Dans un tube utilisé pour ce genre de diagnostic, des électrons sont émis d'une cathode chaude avec une vitesse considérée comme nulle. Ils sont accélérés entre cette cathode et l'anode par une tension  $U_{AK} = V_{\text{anode}} - V_{\text{cathode}}$  comprise entre 60 kV et 120 kV.

1. Pour un examen on utilise une tension  $U_{AK} = 80$  kV. Donner l'expression de l'énergie cinétique des électrons arrivant sur l'anode si on néglige le poids de ces électrons devant la(es) autre(s) actions. Faire l'application numérique et donner le résultat en keV et en Joule.

$$\begin{aligned} E_C &= eU & E_C \text{ en J ; } e \text{ en C ; } U \text{ en V} \\ &= 1,6 \cdot 10^{-19} \times 80 \cdot 10^3 \\ &= 12,8 \cdot 10^{-14} \text{ J} \end{aligned}$$

$$E = U = 80 \text{ keV} \quad E \text{ en eV ; } U \text{ en V}$$

2. Un courant de 40 mA traverse alors le tube. Calculer le nombre d'électrons arrivant sur l'anode en 0,1 s, durée d'une radiographie. Quelle est l'énergie cédée par l'ensemble de ces électrons lorsqu'ils sont arrêtés par l'anode, le résultat sera donné dans le système international.

Si un courant de  $I = 40$  mAs traverse le tube, alors  $n$ , le nombre d'électrons arrivant sur l'anode en  $t = 0,1$  s sera de :

$$\begin{aligned} n &= q/e \quad \text{et } q = I \times t \\ n &= It/e = (40 \cdot 10^{-3} \times 0,1) / 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,5 \cdot 10^{16} \text{ électrons} \end{aligned}$$

L'énergie cédée par l'ensemble de ces électrons lorsqu'ils sont arrêtés par l'anode est de :

$$\begin{aligned} E_T &= nE_C = 2,5 \cdot 10^{16} \times 1,28 \cdot 10^{-3} \times 0,1 = 320 \text{ J} \\ \text{ou } E_T &= P \times t = U \times I \times t = 320 \text{ J} \end{aligned}$$

3. Calculer la puissance électrique du tube.

$$\begin{aligned} P &= U \times i = 3200 \text{ W} \\ \text{ou } P &= E_T / t = 320 / 0,1 = 3200 \text{ W} \end{aligned}$$

4. Pour une tension  $U_{AK} = 80$  kV le rendement de ce tube est  $\rho = 0,8$  %. Quelle est la puissance du faisceau de rayons X ? Quelle énergie fournit-il pour une radiographie qui dure 0,1 s ?

La puissance du faisceau de rayons X est de :  $P_X = \rho \times P = 0,8 \times 3200 / 100 = 25,6 \text{ W}$   
Soit, pour une radio de 0,1s, l'énergie fournie est de  $E_X = P_X \times t = 2,56 \text{ J}$

5. Une grande partie de l'énergie consommée par le tube n'est pas restituée sous forme de rayons X ; sous quelle forme cette énergie apparaît-elle ? Quelle énergie est ainsi dissipée pour une radiographie qui dure 0,1 s. Quelle élévation de température subit l'anticathode qui peut être considérée comme un bloc de cuivre de masse 500 g et de capacité thermique massique (ou chaleur massique)  $c_{Cu} = 150 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  ?

L'énergie perdue se trouve essentiellement sous forme de chaleur.

$$Q = E_T - E_X = 320 - 2,56 = 317,44 \text{ J}$$

$$\text{Soit l'élévation de température } \Delta\theta = Q/(m \times c_{Cu}) = 317,44/(0,5 \times 150) = 4,23^\circ\text{C}$$

Si la température est trop importante, il peut y avoir une cratérisation de l'anode, c'est pourquoi cette dernière tourne afin de répartir la chaleur.

### QCM

Parmi les propositions suivantes, une seule affirmation est vraie (a, ou b, ou c, ou d)  
Choisir la proposition vraie en la justifiant si demandé.

Données :

Charge élémentaire :	$e = 1,60.10^{-19} \text{ C}$
Célérité de la lumière dans le vide :	$c = 3,00.10^8 \text{ m.s}^{-1}$
Constante de Planck :	$h = 6,63.10^{-34} \text{ J.s}$
Masse d'un électron :	$m = 9,11.10^{-31} \text{ kg}$

- Un tube de Coolidge :
  - produit un faisceau X formé essentiellement d'électrons de freinage,
  - produit un faisceau X émis uniquement dans la direction perpendiculaire à la cible,
  - produit un faisceau X formé essentiellement de photons de freinage,**
  - produit un spectre continu de raies X caractéristique de l'élément cible.
- Dans un tube de Coolidge, l'énergie maximale des photons du rayonnement de freinage :
  - est proportionnelle au numéro atomique de la cible,
  - augmente lorsque la haute tension diminue,
  - est proportionnelle à la longueur d'onde minimale du rayonnement,
  - est égale à l'énergie cinétique des électrons à l'anode.**
- Dans un tube de Coolidge :
  - le filament émet des rayons X par effet thermoélectronique,
  - le rayonnement de freinage est un spectre de raies d'énergie,
  - l'anticathode est en métal léger,
  - la tension, en kV, appliquée au tube, permet de régler le seuil de longueur d'onde des rayons X émis.**

Dans toutes les propositions suivantes, justifier votre choix.

4. Le flux énergétique (ou puissance) rayonné par un tube à rayons X fonctionnant sous une tension  $U$ , traversé par un courant d'intensité  $I$  et dont l'anode a pour numéro atomique  $Z$  est :  $\varphi = kZIU^2$ .

Deux tubes de Coolidge identiques, fonctionnent sous deux tensions différentes mais sont traversés par un courant de même intensité.

L'un émet un flux d'énergie  $\varphi_1$  qui est le double du flux d'énergie  $\varphi_2$  émis par l'autre.

Soit  $U_1$  la tension aux bornes du premier et  $U_2$  la tension aux bornes du deuxième ; la relation entre  $U_1$  et  $U_2$  est :

- a)  $U_1 = 2 U_2$ ,
- b)  $U_1 = \sqrt{2} U_2$ ,
- c)  $U_1 = U_2/2$ ,
- d)  $U_1 = U_2/\sqrt{2}$ .

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= 2\varphi_2 \\ kZIU_1^2 &= 2kZIU_2^2 \\ U_1^2 &= 2U_2^2 \\ U_1 &= \sqrt{2} U_2\end{aligned}$$

5. Le rendement en énergie d'un tube à rayons X a pour expression en fonction de la tension  $U$  à ses bornes, de l'intensité  $I$  du courant qui le traverse et du numéro atomique  $Z$  de la cible :

- a)  $kZU$ ,
- b)  $kZU^2$ ,
- c)  $kZIU$ ,
- d)  $kZIU^2$ .

$$\begin{aligned}\eta &= P_{\text{du tube}}/P_U = kZIU^2/(UI) \\ \eta &= kZU\end{aligned}$$

6. Un tube de Coolidge a un rendement de 1,5 % et est parcouru par un courant d'intensité 200 mA. On applique à ses bornes une tension de 150 kV. Quand la tension appliquée est de 200 kV, le rendement devient :

- a) 2,7 %,
- b) 1,7 %,
- c) 2,0 %,
- d) ou reste de 1,5 %.

$$\begin{aligned}\text{On a } \eta_1 &= kZU_1 \quad \text{et } \eta_2 = kZU_2 \\ \text{où } k \text{ et } Z &\text{ sont identiques} \\ \text{Il faut alors que } &\eta_1/U_1 = \eta_2/U_2 = kZ \\ \eta_2 &= U_2 \eta_1/U_1 = 200 \times 1,5/150 = 2\end{aligned}$$

7. Un tube à rayons X fonctionne sous une tension de 250 kV. La longueur d'onde minimale des rayons X émis est de :

- a) 5,0 nm,
- b)  $8,0 \cdot 10^{-22}$  nm,
- c)  $5,0 \cdot 10^{-3}$  nm,
- d)  $5,0 \cdot 10^{-21}$  nm.

$$\begin{aligned}E &= U = 250 \cdot 10^3 \text{ eV} \\ E &= 1240/\lambda_{\min} \\ \lambda_{\min} &= 1240/U = 1240/250 \cdot 10^3 \\ \lambda_{\min} &= 4,96 \cdot 10^{-3} \text{ nm}\end{aligned}$$

8. Les premiers niveaux d'énergie de l'atome de molybdène ont pour valeur approximative :  
 $E_K = -20,0 \text{ keV}$  et  $E_L = -2,0 \text{ keV}$ .

Parmi les propositions suivantes, celle qui, appliquée à un tube de rayons X dont la cible est en molybdène, permet d'obtenir la famille de raies L sans produire simultanément la famille de raies K, vaut :

- a) 2 kV,
- b) 3 kV,
- c) 20 kV,
- d) 25 kV.

$$\begin{aligned} E_L &= -2,5 \text{ keV} \\ E_L &= U = 2,5 \text{ V} \quad (E_L \text{ en eV ; } U \text{ en V}) \\ 2,5 \text{ kV} &< 3 \text{ kV} < 17,5 \text{ kV} \end{aligned}$$

9. La longueur d'onde de la raie  $K_\alpha$ , émise par une cible de molybdène est :

- a)  $6,22 \cdot 10^{-2} \text{ nm}$ ,
- b)  $4,97 \cdot 10^{-1} \text{ nm}$ ,
- c)  $7,10 \cdot 10^{-2} \text{ nm}$ ,
- d)  $1,14 \cdot 10^{-20} \text{ nm}$ .

$$\begin{aligned} E &= 1240/\lambda \\ \lambda &= 1240/20 \cdot 10^3 = 6,2 \cdot 10^{-2} \text{ nm} \end{aligned}$$