

RADIOACTIVITE

Exercice : la scintigraphie du myocarde

Pour réaliser des scintigraphies du myocarde pour l'évaluation de la perfusion myocardique, on peut utiliser une solution isotonique stérile de chlorure de thallium 201 d'activité volumique égale à 1 mCi / mL.

L'examen nécessite l'injection par voie intraveineuse d'une activité de 78 MBq chez un individu de 70 kg, et on peut acquérir les premières images quelques minutes après l'injection. Le thallium 201 résulte de la désintégration du plomb 201 obtenu en bombardant une cible de thallium naturel par des protons.

Par capture électronique, le thallium 201 donne naissance à du mercure 201 (non radioactif) avec émission de photons γ d'énergie 135, 166 et 167 keV et de photons X d'énergie 69 et 83 keV.

La période du thallium 201 est de $T = 3,04$ jours.

Données :

<i>Constante de Planck</i>	$h = 6,62.10^{-34} \text{ J.s}$
<i>Célérité de la lumière dans la ville</i>	$c = 3,0.10^8 \text{ m.s}^{-1}$
<i>Charge élémentaire</i>	$e = 1,6.10^{-19} \text{ C}$
<i>Unité d'activité</i>	$1 \text{ Ci} = 3,7.10^{10} \text{ Bq}$
<i>Extrait du tableau périodique</i>	

Élément	Hg (mercure)	Tl (thallium)	Pb (plomb)
Numéro atomique	80	81	82

1. L'élément thallium et ses isotopes

1.1. L'élément thallium ayant le numéro atomique 81, donner, en justifiant, la configuration électronique de plus basse énergie du thallium et le situer (ligne et colonne) dans le tableau périodique à 18 colonnes.

1.2. Le thallium naturel est un mélange des deux isotopes :



à raison de 29,5 % et 70,5 % en masse respectivement.

1.2.1. Indiquer le nombre de protons et le nombre de neutrons contenus dans le noyau de chacun de ces isotopes.

1.2.2. Le plomb 201 se désintègre en thallium 201 par capture électronique ou par radioactivité β^+ . Ecrire l'équation traduisant chacune de ces désintégrations.

2. La désintégration du thallium 201

- 2.1. Ecrire l'équation traduisant la transformation du thallium 201 en mercure 201 par capture électronique et expliquer la production de photons γ d'une part et de photons X d'autre part.
- 2.2. Calculer les longueurs d'onde des photons d'énergies 69 et 83 keV.
Calculer de même les longueurs d'onde des photons d'énergies 135 et 167 keV.
Les résultats trouvés permettent-ils de différencier les photons X des photons γ ?

3. Injection et élimination du thallium 201

- 3.1. Calculer en s^{-1} la constante radioactive λ_0 du thallium 201.
- 3.2. Quel est le volume de solution injectée à un patient de 70 kg et quel est le nombre d'atomes de thallium 201 reçus par ce patient au moment de l'injection ?
- 3.3. Calculer l'activité restante chez le patient deux heures après l'injection en l'absence de toute élimination biologique.
- 3.4. La période effective T_{eff} d'un radioélément qui tient compte de son élimination biologique et qui est égale au temps nécessaire pour que la radioactivité de l'organisme ait diminué de moitié, est liée à la période T par la relation :

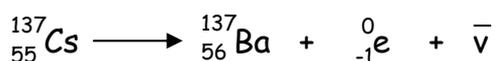
$$T_{eff} = 0,693.T$$

Calculer la période effective dans le cas du thallium 201 et expliquer pourquoi cette période effective est toujours inférieure à la période T .

Exercice 2

On envisage la désintégration du Césium $^{137}_{55}\text{Cs}$ qui est radioactif β^- .
Le nucléide obtenu est le Baryum (symbole Ba).

1. Ecrire l'équation de la réaction de désintégration en précisant les nombre de masse et numéro atomique de l'atome de Baryum, ainsi que les règles utilisées.



Conservation de Z , A , E . (charge électrique, matière et énergie)

2. Déterminer l'énergie de liaison par nucléon du $^{137}_{55}\text{Cs}$. Le résultat vous surprend-il ?

$$\Delta m = (55 m_p + 82 m_n) - m(^{137}_{55}\text{Cs}) = 1,2074 \text{ u}$$

$$E_l = \Delta m \times 931,5 = 1125 \text{ MeV}$$

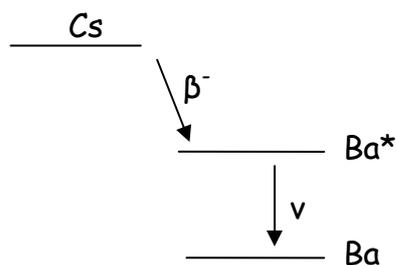
$E_l/A = 8,21 \text{ MeV} > 8 \text{ MeV} =$ noyau plus stable (normal car la zone β^- est au dessus de la courbe de stabilité)

3. Calculer, en MeV, l'énergie cinétique maximale des particules β^- émises par des atomes de Césium initialement au repos.

$$\begin{aligned}
 E_{C_{\max}} &= Q = \Delta m \times 931,5 \\
 &= (m(\text{Cs}) - m(\text{Ba})) \times 931,5 \\
 &= 1,2 \cdot 10^{-3} \times 931,5 \\
 E_{C_{\max}} &= 1,118 \text{ MeV}
 \end{aligned}$$

4. On constate en réalité que cette énergie cinétique maximale n'est que de 0,518 MeV, mais que la désintégration s'accompagne d'un rayonnement γ . Proposer une explication.

Il existe en réalité une désexcitation du noyau fils



avec $E(\nu) = Q - E_{C_{\max}}$
 $= 1,118 - 0,518 = 0,600 \text{ MeV}$

5. Une source de Césium $^{137}_{55}\text{Cs}$ a une activité de 7 mCi. La période radioactive du Césium est de 30 ans.

Déterminer :

- a) la masse de Césium contenue dans la source

$$\left. \begin{aligned}
 \lambda &= \ln 2 / (30 \times (365,25 \times 24 \times 3600)) = 7,32 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1} \\
 \lambda &= 2,31 \cdot 10^{-2} \text{ an}^{-1} \\
 A_0 &= 7 \text{ mCi} = 2,59 \cdot 10^8 \text{ Bq}
 \end{aligned} \right\} N_0 = A_0 / \lambda = 3,54 \cdot 10^{17} \text{ noyaux}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Soit } m_0 &= N_0 \times M(\text{Cs}) \times 1u && (M(\text{Cs}) \text{ est en } u) \\
 &= 8,04 \cdot 10^{-8} \text{ kg} \\
 m_0 &= 80,4 \mu\text{g}
 \end{aligned}$$

- b) le temps au bout duquel cette source aura une activité de 1 mCi.

On résout : $(A(t) = A_0 e^{-\lambda t})$
 $1 = 7 e^{-\lambda t}$ où t est en années
 $t = \ln 7 / \lambda = 84,2 \text{ ans}$

Données :

- Charge électrique élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
- Unité de masse atomique : $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- Masses atomiques :
 - $^{20}\text{Ne} : 19,9920 \text{ u}$
 - $^{22}\text{Ne} : 21,9910 \text{ u}$
 - $^{137}\text{Cs} : 136,9075 \text{ u}$
 - $^{137}\text{Ba} : 136,9063 \text{ u}$
- $1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$
- Masse du proton : $m_p = 1,0073 \text{ u}$
- Masse du neutron : $m_n = 1,0087 \text{ u}$
- $1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV}/c^2$

Exercice 3

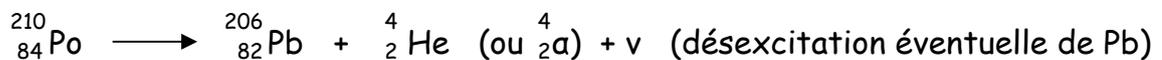
Données :

- masse du noyau de polonium $^{210}\text{Po} = 210,0482 \text{ u}$
- masse de la particule $\alpha = 4,0039 \text{ u}$
- masse du noyau de plomb = $206,0385 \text{ u}$
- unité de masse atomique : $1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV}.c^{-2}$
- charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- célérité de la lumière : $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
- constante d'Avogadro = $6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

On prendra la masse d'un atome égale à la masse de son noyau.

Le radionucléide ^{210}Po (numéro atomique 84) subit une désintégration α en donnant du plomb Pb.

1. Ecrire l'équation traduisant cette désintégration.



2. a) Calculer en joules et en MeV l'énergie libérée par la désintégration d'un noyau de ce polonium 210.

$$\begin{aligned} E &= \Delta m \cdot c^2 = (m_{\text{Po}} - m_{\text{Pb}} - m_{\text{He}}) \cdot c^2 \\ &= (210,0482 - 4,0039 - 206,0385) \times 1,67 \cdot 10^{-27} \times (3 \cdot 10^8)^2 \\ &= 5,45 \text{ MeV} \end{aligned}$$

b) Sous quelles formes cette énergie est-elle libérée ?

Cette énergie est libérée sous forme d'énergie cinétique de α , d'énergie cinétique de Pb et d'énergie due à la désexcitation de Pb (d'où l'émission de photons énergétiques).

3. La période du polonium 210 est de 140 jours. On considère une masse de polonium de 1,00 g à la date $t = 0$.

a) Calculer la constante radioactive du polonium.

$$\lambda = \ln 2 / T = 5,73 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1} = 4,95 \cdot 10^{-3} \text{ jours}^{-1}.$$

b) Quelle est l'activité de cet échantillon ?

$$A = \lambda N = \lambda \cdot m_{\text{de Po}} / m_0 \text{ avec}$$

$$m_0 = m_{1 \text{ atome de Po}} = 5,73 \cdot 10^{-8} \times 1,00 \cdot 10^{-3} / 210 \times 1,67 \cdot 10^{-27} = 1,63 \cdot 10^{14} \text{ Bq}$$

c) Quel volume d'hélium pourra-t-on obtenir au bout de 420 jours, dans des conditions où le volume molaire est de 25 L.mol⁻¹ ?

D'après l'équation de désintégration posée ci avant, on a :

n mol de Po désintégré \longrightarrow n mol d'He formé

Au temps $t = 420$ jours = $3T$, il reste : $m_{\text{Po restant}} = m_{\text{Po initial}} / 8$

$$\left(\text{car } N = N_0 2^{-t/T} \quad N = N_0 2^{-3} = N = N_0 \times 0,125 \quad \text{car } 0,125 = 1/8 \right. \\ \left. \text{donc } N = (1/8)N_0 \right)$$

$$m_{\text{Po désintégré}} = (7/8)m_{\text{Po initial}}$$

$$n_{\text{Po désintégré}} = m_{\text{Po désintégré}} / M_{\text{Po}}$$

$$= m_{\text{Po désintégré}} / m_{1 \text{ atome de Po}} \times \mathcal{N}$$

$$= 7/8 \cdot 10^{-3} / (210 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \times 6,02 \cdot 10^{23})$$

$$= 4,14 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

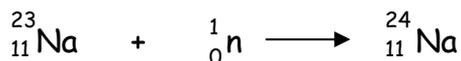
$$= n_{\text{He formé}}$$

$$V_{\text{He}} = n_{\text{He}} \cdot V = 4,14 \cdot 10^{-3} \times 25 = 0,103 \text{ L soit } 103 \text{ cm}^3.$$

Exercice 4 : Détermination du volume sanguin

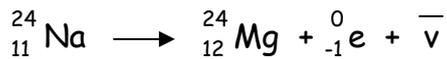
1. Le sodium ²⁴Na est un radio-isotope artificiel obtenu en bombardant le sodium 23 par des neutrons.

Ecrire l'équation de cette réaction nucléaire et rappeler les règles utilisées.



Conservation de Z, A, E.

2. Le sodium 24 est émetteur β^- et sa période ou demi-vie est de 15 heures. Ecrire l'équation de la réaction de désintégration du sodium 24, préciser l'élément obtenu, définir la période et calculer la constante radioactive.



La période d'un élément est le temps au bout duquel la moitié des noyaux s'est désintégrée.

La constante radioactive λ est :

$$\begin{aligned}\lambda &= \ln 2 / T = \ln 2 / 15 \\ &= 4,62 \cdot 10^{-2} \text{ h}^{-1} \\ &= 1,28 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}\end{aligned}$$

3. Une dose de 10 cm^3 d'une solution de sodium 24 a une activité de $2,58 \text{ mCi} = 2,58 \cdot 10^{-9} \text{ Ci}$.

- a) Quelle sera l'activité de la dose au bout de 3 heures, 15 heures, 4 jours ? Commenter.

t (h)	0	3	15	4j = 96h
$A(t) = A_0 2^{-t/T}$ (en mCi)	2,58	2,25	1,29	0,03
A(t) (en Bq)	95	83	47,7	1,11

Le ${}_{11}^{24}\text{Na}$ a presque totalement disparu au bout de 4 jours.

- b) La dose est injectée dans le sang d'un rongeur. Au bout de 3 heures on prélève 10 cm^3 de sang dont on mesure l'activité, soit 245 désintégrations par minute. Exprimer cette activité en Becquerel.

Connaissant l'activité de la dose au bout de 3 heures (question a) et en supposant que le sodium 24 est réparti uniformément dans tout le volume sanguin, déterminer ce volume sanguin.

245 désintégrations par minute équivalent à 4,08 Bq

Donc le rapport de dilution R est de : V_T/V

Données :

Extrait du tableau périodique des éléments :

